

Liceo Scientifico Statale "C. Cattaneo"

A.S. 2021/22

Docente: Andrea Ziggio

Classe: 4E

Libro di testo: Colori della Matematica volume 4 β , autori Leonardo Sasso-Claudio Zanone, editore DeA Scuola

FUNZIONI

Ripasso di funzioni esponenziali e logaritmiche.

Ripasso delle proprietà dei logaritmi.

Ripasso delle equazioni e delle disequazioni esponenziali

Equazioni e disequazioni logaritmiche.

I modelli di crescita e decrescita esponenziale.

Le funzioni seno, coseno e tangente di un angolo: loro grafico e loro proprietà analitiche.

Le funzioni inverse delle funzioni seno, coseno e tangente: loro grafico e loro proprietà analitiche.

Le funzioni seno, coseno e tangente e le loro trasformazioni geometriche: dilatazioni e contrazioni orizzontali e verticali, traslazioni orizzontali e verticali, simmetrie rispetto all'asse delle ascisse e delle ordinate. Il grafico di $|f(x)|$ e di $f(|x|)$.

Le funzioni armoniche fondamentali $A \sin(\omega x + \varphi) + B$ e $A \cos(\omega x + \varphi) + B$

Il grafico di $\frac{1}{f(x)}$ a partire dal grafico di $f(x)$

GONIOMETRIA E TRIGONOMETRIA

I fenomeni periodici: esempi. Definizione di angolo in senso dinamico. Misura di angoli in gradi sessagesimali e gradi sessagesimali. Misura degli angoli in radianti. Seno, coseno e tangente di un angolo. Applicazione al coefficiente angolare di una retta. Misura di seno, coseno e tangente di angoli notevoli ($0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ gradi). Significato geometrico della tangente.

Equazioni e disequazioni goniometriche.

I teoremi sui triangoli rettangoli (con dimostrazione). L'area di un triangolo (con dimostrazione). Teorema della corda (con dimostrazione). Teorema dei seni (con dimostrazione). Teorema di Carnot (con dimostrazione). Problemi applicativi della trigonometria in vari ambiti.

Le formule goniometriche: addizione, sottrazione, duplicazione

Risoluzione di alcuni problemi geometrici con incognita angolo

Trasformazione di $f(x) = a \sin \omega x + b \cos \omega x$ in $r \sin(\omega x + \varphi)$ con il metodo dell'angolo aggiunto

Calcolo di seno, coseno e tangente di 75° e 18°

Formula della tangente dell'angolo formato da due rette

NUMERI COMPLESSI

Definizione di numero complesso

Operazioni sui numeri complessi

L'insieme C come ampliamento di R

Rappresentazione di un numero complesso nel piano cartesiano

Modulo di un numero complesso

Argomento di un numero complesso

Forma trigonometrica di un numero complesso

Potenza di un numero complesso in forma trigonometrica

Radici ennesime di un numero complesso (con dimostrazione): formula di De Moivre

Interpretazione geometrica delle radici di un numero complesso

Teorema fondamentale dell'Algebra e sue applicazioni

Forma esponenziale di un numero complesso. Formule di Eulero

TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

Dilatazioni e contrazioni orizzontali e verticali, traslazioni orizzontali e verticali, simmetrie rispetto all'asse delle ascisse e delle ordinate

Rotazioni: loro equazioni (con dimostrazione). Applicazione delle rotazioni all'iperbole equilatera.

CALCOLO COMBINATORIO

Principio fondamentale del calcolo combinatorio

Disposizioni semplici e con ripetizione

Permutazioni semplici e con ripetizione

Combinazioni semplici e con ripetizione

Coefficiente binomiale. Equazioni con coefficienti binomiali

PROBABILITA'

Introduzione storica alla probabilità

Spazio campionario, evento, evento contrario, eventi incompatibili, evento unione, evento intersezione

Esempi di calcolo delle probabilità con l'uso del calcolo combinatorio

Teorema della probabilità dell'evento contrario (con dimostrazione). Teorema della probabilità dell'evento differenza (con dimostrazione). Teorema della probabilità dell'evento unione (con dimostrazione).

Probabilità condizionata. Eventi dipendenti e indipendenti. Formula della probabilità composta.

Teorema di disintegrazione (con dimostrazione). Teorema di Bayes (con dimostrazione).

Problema delle prove ripetute (esperimenti bernoulliani).

GEOMETRIA DELLO SPAZIO

Poliedri convessi. Prismi e piramidi. Angoloidi e triedri. Poliedri regolari (con dimostrazione). Solidi di rotazione: cono, cilindro, sfera. Parti della sfera.

Aree di superfici di solidi notevoli.

Volume di un solido. Solidi equivalenti. Principio di Cavalieri. Volumi di solidi notevoli.

GEOMETRIA ANALITICA DELLO SPAZIO

Il sistema di riferimento cartesiano nello spazio. La distanza fra due punti nello spazio. Le coordinate del punto medio di un segmento nello spazio. Vettori nello spazio. Prodotto scalare. Vettori paralleli e perpendicolari nello spazio. L'equazione di un piano nello spazio (con dimostrazione). Piani particolari. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità fra due piani. L'equazione di una retta nello spazio in forma parametrica (con dimostrazione) e in forma cartesiana. La retta come intersezione fra due piani. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità fra due rette nello spazio. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità fra una retta e un piano. Distanza di un punto da un piano e di un punto da una retta. L'equazione della superficie sferica di centro e raggio assegnati.

ORA DI POTENZIAMENTO

Durante questo anno scolastico si sono svolte 33 ore di potenziamento. Come già realizzato nei tre anni precedenti, quasi tutta l'attività svolta nell'ora di potenziamento ha puntato molto sul lavoro in gruppo.

Nelle 33 ore svolte, ogni problema (o insieme di problemi) veniva assegnato, gli studenti si dividevano in gruppi e in un tempo variabile tra una settimana e due settimane dovevano restituire il lavoro assegnato su Classroom. A questo punto veniva fatta la presentazione in classe da parte dei singoli gruppi. Questi i temi trattati nelle 33 ore:

- 1) Problemi con modelli esponenziali e logaritmici: legge del decadimento radioattivo, magnitudine di una stella, iniezione di un farmaco per via endovenosa, capitalizzazione composta
- 2) Problemi con modelli esponenziali e logaritmici: la percezione del suono, problemi di acustica
- 3) Lo studio di $\arcsin(\sin(x))$ e di $\sin(\arcsin(x))$
- 4) Lo studio delle funzioni armoniche elementari mediante il metodo dell'angolo aggiunto
- 5) Formula per il calcolo di $\sin(3x)$ e di $\cos(3x)$ e tentativo di generalizzazione a $\sin(nx)$ e $\cos(nx)$
- 6) Studio delle funzioni inverse di seno e coseno in intervalli diversi dagli intervalli di invertibilità canonici
- 7) Luoghi geometrici nei numeri complessi. Ciclicità delle potenze dell'unità immaginaria
- 8) Problema: ricavare le equazioni della rotazione nel piano a partire dalle conoscenze sui numeri complessi

- 9) Cenni sulle funzioni iperboliche
- 10) Il problema della riducibilità di polinomi in \mathbb{R} inquadrato nell'ambito dei numeri complessi
- 11) Lettura commentata dell'articolo apparso su TuttoScienze (La Stampa) dal titolo "Come mettere alla prova la congettura di Riemann sui numeri primi"
- 12) Riduzione a forma canonica di una conica
- 13) Problema: ricavare il grafico della reciproca di una funzione f a partire dal grafico di f

Torino, 8 giugno 2022

Firma del docente
Andrea Ziggioto