

ESERCIZI PER LE VACANZE ESTIVE CLASSE 1 LICEO SCIENTIFICO

Gli esercizi sono suddivisi per argomento, ognuno contrassegnato con la lettera A e B.

Per gli allievi che hanno conseguito una valutazione di almeno 7 è sufficiente svolgere gli esercizi contrassegnati con A; gli allievi con debito e quelli che hanno conseguito una valutazione di stretta sufficienza dovranno svolgere anche quelli contrassegnati con B.

Argomento: **NUMERI RAZIONALI**

1. Calcola:

$$A. \left\{ \left[\left(\frac{1}{5} \right)^2 \cdot \left(\frac{15}{2} \right)^2 \right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{9}{5} \right)^3 : \left(\frac{6}{5} \right)^3 \right]^{-1} \right\} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2 \quad \left[\frac{8}{27} \right]$$

$$B. \left\{ \left[\left(\frac{2}{7} \right)^3 : \left(\frac{7}{2} \right)^{-2} \right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(\frac{20}{7} \right)^2 \right]^{-1} \right\} : \left(\frac{5}{2} \right)^2 \quad \left[\frac{1}{100} \right]$$

2. Calcola il valore delle seguenti espressioni dopo aver sostituito alle lettere i valori a fianco indicati:

$$A. \left(x + \frac{1}{y} \right) \left(y + \frac{1}{x} \right) + 2xy; \quad x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{4}. \quad \left[\frac{139}{24} \right]$$

$$B. (x - y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{3x}{y}; \quad x = \frac{2}{3}, y = \frac{4}{5}. \quad \left[\frac{32}{15} \right]$$

3. Calcola:

$$A. \left[(0,\bar{2} + 0,2 - 0,13\bar{8}) : \frac{17}{12} + 0,1\bar{2}7 + \frac{7}{11} \right] : 4,8\bar{1} + 1 - \frac{1}{2} \quad \left[\frac{7}{10} \right]$$

$$B. \frac{1}{2} + 0,8 : \left[\left(0,1\bar{3}6 + 0,5 - \frac{3}{11} \right)^2 : \left(0,0\bar{5} + \frac{13}{18} - 0,04\bar{5} \right) \right] \quad \left[\frac{49}{10} \right]$$

4. Risolvi i seguenti problemi:

A. Una scuola ha 12 classi, il 25% di queste è formato da 20 alunni, il 50% è formato da 25 alunni e le restanti da 30 alunni. Calcola quanti alunni frequentano la scuola.

Sapendo che di essi il 40% frequenta il biennio, calcola quanti sono gli alunni del triennio. [300; 180]

B. Nella compravendita di un terreno del valore di € 250 000 il mediatore ha ricevuto il 3% dal venditore e il 2% dal compratore. Quanto ha guadagnato complessivamente il mediatore? Quanto ha speso il compratore? Quanto ha incassato il venditore?

[€ 12 500; € 255 000; € 242 500]

5. Risolvi i seguenti problemi:

A. Una casa editrice applica uno sconto del 30% su un libro. All'acquisto in libreria, l' esercente applica un ulteriore sconto del 20% più un bonus di € 5. Se il libro viene pagato € 23, qual era il suo prezzo originario? [€ 50]

B. Un negoziante aumenta il prezzo di un elettrodomestico del 20%. Sul nuovo prezzo applica però uno sconto natalizio del 15%. Dopo tali operazioni, l'elettrodomestico costerà più o meno di prima? Se la differenza tra i due prezzi è di € 3, qual era il prezzo originario? [di più; € 150]

6. Risolvi le seguenti proporzioni:

$$\text{A. } 8:15 = x:10; \quad 9:x = x:16; \quad \left(\frac{1}{2} + x\right):x = \frac{2}{3}:5. \quad \left[\frac{16}{3}; \pm 12; -\frac{15}{26}\right]$$

$$\text{B. } 6:22 = x:12; \quad 28:x = x:7; \quad \left(\frac{1}{3} + x\right):x = \frac{1}{2}:4. \quad \left[\frac{36}{11}; \pm 14; -\frac{8}{21}\right]$$

7. Risolvi i seguenti problemi, utilizzando le proporzioni:

A. Determina le lunghezze di due percorsi stradali sapendo che la loro differenza è pari a 75 km che il loro rapporto è uguale a $\frac{5}{3}$. [187,5 km; 112,5 km]

B. Determina le altezze di due amici sapendo che la somma delle loro stature è pari a 348,5 cm e che le lunghezze stanno tra loro come 21 : 20. [170,0 cm; 178,5 cm]

8. Il pianeta Saturno ha massa $57 \cdot 10^{25} \text{ kg}$ e volume $0,83 \cdot 10^{24} \text{ m}^3$. Calcola la sua densità media in kg/m^3 e in g/m^3 , sapendo che la densità è il rapporto tra massa e volume. Esprimi i risultati in notazione scientifica. (per tutti gli allievi).

Argomento: **INSIEMI E LOGICA**

1. Per ogni coppia di insiemi assegnata determina l'insieme unione e l'insieme intersezione, rappresentandoli per elencazione e con un diagramma di Eulero-Venn.

A. $A = \{12, 15, 18, 24\}$, $B = \{2, 12, 24\}$;

B. $A = \{-6, -5, -4, -2\}$, $B = \{-3, -2, -1\}$;

2. Dati gli insiemi:

$$A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 7\}, B = \{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 6\}, C = \{x | x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 9\},$$

determina, rappresentandoli in forma tabulare, i seguenti insiemi.

A. $A - (B - C)$; $(A - B) - C$. [A; \emptyset]

B. $C - (B - A)$; $(B - C) - A$. [C; $\{-3, -2\}$]

3. Rappresenta per elencazione la differenza $A - B$ dei seguenti insiemi numerici.

A. $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \text{ multiplo di } 5, x \leq 30\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \text{ multiplo di } 10, x \geq 20\}$.

B. $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \text{ pari}, x \leq 10\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \text{ divisibile per } 3, |x| \leq 10\}$.

4. Rappresenta mediante proprietà caratteristica l'intersezione $A \cap B$ dei seguenti insiemi.

A. $A = \{x | x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x | x = 5n, n \in \mathbb{N}\}$.

B. $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 7n, n \in \mathbb{Z}\}$.

5. Dati i due insiemi A e B , scrivi la rappresentazione tabulare di $A \times B$ e $B \times A$ e, in seguito, la rappresentazione cartesiana. Determina inoltre $(A \times B) \cap (B \times A)$.

A. $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, e, c\}$.

B. $A = \{l, m, n\}$, $B = \{i, m, p, l\}$.

6. Risolvi il seguente problema:

A. In un insieme di 1200 italiani, 450 conoscono almeno il francese (135 di essi esclusivamente il francese), 375 almeno il tedesco (196 di essi solo tale lingua)

e 506 esclusivamente l'inglese, 85 persone parlano le tre lingue straniere e 162 parlano sia il francese sia il tedesco. Determina il numero di persone che:

- a. parlano almeno l'inglese;
- b. non conoscono nessuna delle lingue straniere considerate;
- c. parlano francese e inglese ma non tedesco;
- d. conoscono l'inglese o il tedesco.

B. In base a un'indagine condotta su 1500 famiglie, risulta che:

- 900 hanno Internet
- 750 hanno la TV satellitare
- 620 hanno il tablet
- 260 hanno Internet e TV satellitare
- 400 hanno Internet e tablet
- 325 hanno TV satellitare e tablet
- 186 hanno tutte e tre i servizi

Rispondi alle seguenti domande:

- e. quante famiglie non hanno alcuno dei servizi indicati?
- f. quante famiglie hanno un solo servizio?
- g. quante famiglie hanno solo Internet e TV satellitare?
- h. quante famiglie hanno al massimo due servizi?

Argomento: **POLINOMI**

1. Semplifica le seguenti espressioni:

$$A. (2a + 2b)(a - b) - (2a + b)\left(\frac{1}{2}a - b\right) + (2b - 3a)\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right) \quad \left[\frac{2}{3}ab\right]$$

$$B. (x + y)(2x - 2y) + (3y - 2x)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right) - (x + 2y)\left(\frac{1}{2}y - x\right) \quad \left[2x^2 - 4y^2 + \frac{11}{3}xy\right]$$

$$A. (x^2 + 1)(y - 2) - (3xy + 6)\left(\frac{1}{3}x - 2\right) + 2x(x + 1) \quad [6xy + y + 10]$$

$$B. (2 + a^2)(a + b) + \frac{1}{2}(a + 2b^2)(b - 2a^2) - b(a^2 + b^2) \quad \left[2a + 2b + \frac{1}{2}ab - 2a^2b^2\right]$$

2. Risolvi:

A. In un trapezio isoscele la base maggiore supera di $2a$ la base minore b , il lato obliquo è $\frac{4}{3}$ della base minore, mentre l'altezza è metà della base maggiore. Esprimi con un polinomio ridotto la misura del perimetro e dell'area del trapezio.

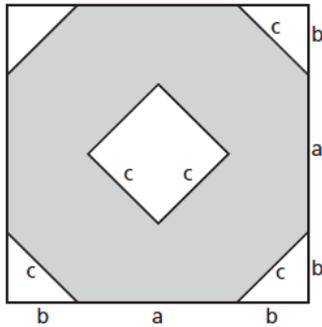
$$\left[2a + \frac{14}{3}b; a^2 + \frac{3}{2}ab + \frac{1}{2}b^2\right]$$

B. In un trapezio isoscele la base maggiore supera di $3x$ la base minore y , il lato obliquo è $\frac{3}{4}$ della base maggiore, mentre l'altezza è il doppio della base minore. Esprimi con un polinomio ridotto la misura del perimetro e dell'area del trapezio.

$$\left[\frac{15}{2}x + \frac{7}{2}y; 2y^2 + 3xy\right]$$

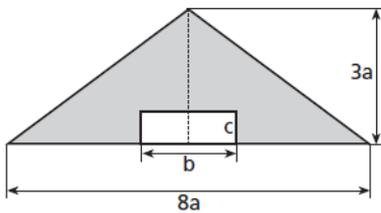
3. Esprimi mediante un polinomio ridotto a forma normale il perimetro e l'area della zona evidenziata.

A.



$$[4a + 8c; a^2 + 2b^2 + 4ab - c^2]$$

B.



$$[18a + 2c; 12a^2 - bc]$$

4. Utilizza i prodotti notevoli per calcolare il risultato delle seguenti espressioni con $m, n \in N$.

A $(2a^3 - 3b^2)(2a^3 + 3b^2); \quad \left(-\frac{4}{9}ab^2 + 1\right)\left(1 + \frac{4}{9}ab^2\right).$

B $(3x^2 + 2y^3)(3x^2 - 2y^3); \quad \left(-5 - \frac{1}{5}x^4\right)\left(-5 + \frac{1}{5}x^4\right).$

A $(5a - 3b)^2; \quad (-2x^2 - 3y^2)^2; \quad \left(\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{2}b^3\right)^2; \quad (2ab^2 - a^3b)^2.$

B $(3x - 2y)^2; \quad (-4a^2 - 3b^2)^2; \quad \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3\right)^2; \quad (x^2y - 2xy^3)^2.$

A $\left(\frac{1}{4}x^n + 3y^{2n}\right)^2; \quad \left(-5x^n + \frac{y}{2}\right)^2.$

B $\left(-\frac{1}{3}a^m + b^{2m}\right)^2; \quad \left(\frac{a}{3} + 2b^m\right)^2.$

A $(2a^2b^2 + ab - 3)^2; \quad \left(\frac{1}{4} - 3y + \frac{1}{2}x\right)^2.$

B $(4x^2 + y^2 - 4xy)^2; \quad \left(\frac{1}{5}x^3 - 2x^2 + 4\right)^2.$

A $\left(-\frac{3}{2}x + 2y\right)^3; \quad (2xy^2 - x^2)^3.$

B $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}y\right)^3; \quad (2a^2 - ab^2)^3.$

A $(a+b^2)^3 - b^4 \left[3\left(a - \frac{1}{2}\right) + (b+1)(b-1) \right] + \left(-\frac{3}{2}\right)(a^2 + b^2)^2 \quad \left[-\frac{3}{2}a^4 + a^3 + b^4\right]$

B $12a(a-b)\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b\right) + b\left[(b+2a)^2 + 2a(4a-2b)\right] + (2a-b)^3 \quad [14a^3]$

A $(x^2 - 3x + 2)^2 + x^2(x+2)(x-3) - 2x(x-1)^3 + x(x^2 + 10) \quad [x^2 + 4]$

B $a(2+a^2) - 3a(1+a^3) + a^2(a-2)(a+3) + (a^2 - 2a + 3)^2 + a(a^3 + 2a^2 + 13) \quad [4a^2 + 9]$

5. Stabilisci se tra i numeri scritti di fianco al polinomio $P(x)$ ci sono zeri di $P(x)$.

A. $P(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}; \quad -4; \quad 3; \quad 0; \quad \frac{3}{2}. \quad \left[\text{soltanto } x = \frac{3}{2}\right]$

6. $P(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x; \quad -2; \quad 3; \quad 0; \quad -\frac{1}{2}.$

7. Determina il valore di k affinché il polinomio $P(x)$ valga 5 quando $x = 1$

A. $P(x) = x^3 + 2kx^2 + (1-k)x + 1 \quad [2]$

B. $P(x) = 3kx^2 - k^2x + (k-1)(k+1) \quad [2]$

8. Esegui le seguenti divisioni tra polinomi:

A. $\left(3a^4b^2 + \frac{2}{3}a^3b^3 + 4a^2b^4\right) : \left(-\frac{1}{4}a^2b^2\right) \quad \left[-12a^2 - \frac{8}{3}ab - 16b^2\right]$

B. $\left(9x^5y^3 + \frac{3}{2}x^4y^4 + 3x^3y^5\right) : \left(-\frac{1}{9}x^3y\right) \quad \left[-81x^2y^2 - \frac{27}{2}xy^3 - 27y^4\right]$

A. $\left(x^5 + \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 4\right) : (2x^2 + 1) \quad \left[Q = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{12}x - 1; R = -\frac{1}{12}x + 5\right]$

B. $\left(2x^6 + x^4 - 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 5x + \frac{1}{2}\right) : (x^2 + x + 1) \quad \left[Q = 2x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x - \frac{3}{2}; R = -\frac{1}{2}x + 2\right]$

9. Esegui le seguenti divisioni con Ruffini.

A. $(3a - 4a^3 + a^5 - 6) : (a - 2) \quad [Q = a^4 + 2a^3 + 3; R = 0]$

B. $(2x^5 + x - 6x^3 - 5) : (x - 2) \quad [Q = 2x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 4x + 9; R = 13]$

A. $\left(4y^4 - \frac{5}{4}y^2 - 9y - 9\right) : \left(y + \frac{3}{4}\right) \quad \left[Q = 4y^3 - 3y^2 + y - \frac{39}{4}; R = -\frac{27}{16}\right]$

B. $\left(a^4 + \frac{4}{9}a - 1 - \frac{5}{3}a^3\right) : \left(a - \frac{2}{3}\right) \quad \left[Q = a^3 - a^2 - \frac{2}{3}a; R = -1\right]$

10. Stabilisci se il polinomio assegnato è divisibile per ciascuno dei binomi scritti a lato, senza eseguire la divisione.

A. $12a^4 - a + \frac{5}{3}; \quad 2a - 1, \quad a - 1, \quad a + 2, \quad a - \frac{1}{3}. \quad [\text{no; no; no; no}]$

B. $36x^4 - 13x^2 + 1$; $3x+1$, $x+1$, $x-2$, $x + \frac{1}{4}$. [si; no; no; no]

Argomento: **SCOMPOSIZIONE DI POLINOMI E FRAZIONI ALGEBRICHE.**

Scomponi in fattori i seguenti polinomi, raccogliendo a fattor comune un monomio.

1 A $4x^2y^2 - 6x^3y + 8x^2y^3; \frac{15}{4}x^9 - \frac{21}{4}x^6 - \frac{3}{4}x^3$.
 $\left[2x^2y(2y-3x+4y^2); \frac{3}{4}x^3(5x^6-7x^3-1) \right]$

1 B $9a^3b^4 - 12a^2b^3 + 3a^2b^2; \frac{20}{3}x^{15} + \frac{10}{3}x^{10} - \frac{5}{3}x^5$
 $\left[3a^2b^2(3ab^2-4b+1); \frac{5}{3}x^5(4x^{10}+2x^5-1) \right]$

Scomponi in fattori le seguenti espressioni algebriche, raccogliendo a fattor comune un polinomio.

2 A $(a-3)(2a-4) - (a-2)(a-3); (2x-3)(x^2+2) + (x^2+2)(-2x+4)$.
 $\left[(a-3)(a-2); x^2+2 \right]$

2 B $(3x+2)(2x+2) - (3x+2)(x+1); (2a^2+b)(b^2+1) + (2a^2+b)(1-b^2)$.
 $\left[(3x+2)(x+1); 2(2a^2+b) \right]$

Scomponi in fattori con il metodo del raccoglimento parziale (con $m, n \in \mathbf{N}$).

3 A $ax^2 - ab^2 + b^2x - x^3; (y^2 - y)^2 - 7y^2 + 7y; 2a(x^2 + y^2) - (x^2 + y^2)b + (b - 2a)^2$.
 $\left[(a-x)(x-b)(x+b); y(y-1)(y^2-y-7); (2a-b)(x^2+y^2+2a-b) \right]$

3 B $4 - a^2x^3 + 2ax - 2ax^2; (2a-b)^2 - 4a^2 + 2ab; x^2(x+2) + 3x^2 + 6x - 4(x+2)$.
 $\left[(2+ax)(2-ax^2); b(b-2a); (x+2)(x+4)(x-1) \right]$

Scomponi in fattori, dopo aver osservato che ciascun polinomio è la differenza di due quadrati.

5 A $a^2 - 64b^2; 16x^4 - y^4; 4 - (a-2)^2$.
 $\left[(a-8b)(a+8b); (2x-y)(2x+y)(4x^2+y^2); a(4-a) \right]$

5 B $36x^2 - y^2; a^4 - 81b^4; (x-3)^2 - 9$.
 $\left[(6x-y)(6x+y); (a-3b)(a+3b)(a^2+9b^2); x(x-6) \right]$

Scomponi in fattori, dopo aver osservato che ciascun polinomio è il quadrato di un binomio.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{6 A} \quad 9x^2 - 6xy + y^2; \quad \frac{1}{2}a^2 + 4a + 8; \quad (a-3)^2 - 8(a-3) + 16. \\
 \left[(3x-y)^2; \frac{1}{2}(a+4)^2; (a-7)^2 \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{6 B} \quad a^2 - 8ab + 16b^2; \quad \frac{1}{3}x^2 + 3 - 2x; \quad 9 - 6(a+2) + (a+2)^2. \\
 \left[(a-4b)^2; \frac{1}{3}(x-3)^2; (a-1)^2 \right]
 \end{array}$$

Scomponi in fattori, dopo aver scritto ciascun polinomio come la differenza di due quadrati.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{7 A} \quad 3x^2 + 6xy + 3y^2 - 3; \quad (a+2)^2 - b^2 - 1 + 2b. \\
 \left[3(x+y+1)(x+y-1); (a+b+1)(a-b+3) \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{7 B} \quad 5a^2 - 10ab + 5b^2 - 5; \quad (y-3)^2 - x^2 - 4 - 4x. \\
 \left[5(a-b-1)(a-b+1); (y+x-1)(y-x-5) \right]
 \end{array}$$

Riconosci nel seguente polinomio il quadrato di un trinomio.

$$\mathbf{8 A} \quad \frac{9}{4}b^2 + \frac{4}{9}a^2 + 3b - 2ab + 1 - \frac{4}{3}a. \quad \left[\left(\frac{3}{2}b - \frac{2}{3}a + 1 \right)^2 \right]$$

$$\mathbf{8 B} \quad \frac{1}{25}x^2 + \frac{25}{4}y^2 - 5y + 1 + xy - \frac{2}{5}x. \\
 \left[\left(\frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y - 1 \right)^2 \right]$$

Scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{9 A} \quad -27xy^2 - x^3 + 9x^2y + 27y^3; \quad \frac{1}{54}a^5b^2 - \frac{1}{2}a^2b^5 + \frac{1}{2}a^3b^4 - \frac{1}{6}a^4b^3. \\
 \left[(3y-x)^3; \frac{1}{2}a^2b^2 \left(\frac{1}{3}a-b \right)^3 \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{9 B} \quad -a^3 + 6a^2b - 12ab^2 + 8b^3; \quad \frac{1}{5}x^4y^3 - \frac{3}{10}x^3y^4 - \frac{1}{40}xy^6 + \frac{3}{20}x^2y^5. \\
 \left[(2b-a)^3; \frac{1}{5}xy^3 \left(x - \frac{1}{2}y \right)^3 \right]
 \end{array}$$

Scomponi in fattori, riconoscendo la somma o la differenza di due cubi.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{10 A} \quad & x^3y^6 - 125; & \frac{2}{3}a^3 + \frac{16}{81}b^9; & (a+1)^3 + (a-2)^3. \\
 & \left[(xy^2 - 5)(x^2y^4 + 5xy^2 + 25); \frac{2}{3}\left(a + \frac{2}{3}b^3\right)\left(a^2 - \frac{2}{3}ab^3 + \frac{4}{9}b^6\right); (2a-1)(a^2 - a + 7) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{10 B} \quad & 8 - a^9b^3; & \frac{81}{16}x^3 - \frac{3}{2}y^6; & (b+2)^3 + (b-1)^3. \\
 & \left[(2 - a^3b)(4 + 2a^3b + a^6b^2); \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}x - y^2\right)\left(\frac{9}{4}x^2 + \frac{3}{2}xy^2 + y^4\right); (2b+1)(b^2 + b + 7) \right]
 \end{aligned}$$

Scomponi in fattori i seguenti trinomi particolari di secondo grado.

$$\mathbf{11 A} \quad x^2 - 2x - 48; \quad a^2 + 15ab - 16b^2. \quad [(x-8)(x+6); (a+16b)(a-b)]$$

$$\mathbf{11 B} \quad a^2 - 5a - 36; \quad x^2 + 13xy - 14x^2. \quad [(a+4)(a-9); (x-y)(x+14y)]$$

Scomponi in fattori utilizzando la regola di Ruffini.

$$\mathbf{12 A} \quad 4x - 5x^2 + 2x^3 - 21. \quad [(x-3)(2x^2 + x + 7)]$$

$$\mathbf{12 B} \quad 7x - 3x^2 + 4x^3 - 8. \quad [(x-1)(4x^2 + x + 8)]$$

Scomponi in fattori i seguenti polinomi.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{13 A} \quad & 9x^3y - 6x^2 - 4y + 6xy^2; & z^2 + z - x^2 + \frac{1}{4}. \\
 & \left[(3x^2 + 2y)(3xy - 2); \left(z + \frac{1}{2} + x\right)\left(z + \frac{1}{2} - x\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{13 B} \quad & 8ab^3 + 12a^2b - 6b^2 - 9a; & x^2 - y^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}. \\
 & \left[(4ab - 3)(2b^2 + 3a); \left(x + \frac{1}{4} + y\right)\left(x + \frac{1}{4} - y\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{14 A} \quad & 3\left(\frac{1}{3}a - b\right)^2 - \frac{1}{3}a + b; & x^2(a^2 - b^2) + 4y^2(a^2 - b^2) + 4a^2xy - 4b^2xy. \\
 & \left[\left(\frac{1}{3}a - b\right)(a - 3b - 1); (a-b)(a+b)(x+2y)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{14 B} \quad & 2\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 - x - \frac{1}{2}y; & 4a^2(x^2 - y^2) - 4ab(x^2 - y^2) + b^2x^2 - b^2y^2. \\
 & \left[\left(x + \frac{1}{2}y\right)(2x + y - 1); (x+y)(x-y)(2a-b)^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{15 A} \quad 3ax^2 - 6a^2x; \quad 3xy - y - 6x^2 + 2x; \quad 3x^3 - 12xy^2;$$

$$9a^2 - 3ab + \frac{1}{4}b^2; \quad 64x^6 - y^6; \quad x^2 - 9x + 14.$$

$$\left[3ax(x-2a); (3x-1)(y-2x); 3x(x-2y)(x+2y); \right. \\ \left. \left(3a - \frac{1}{2}b\right)^2; (2x-y)(2x+y)(4x^2+y^2-2xy)(4x^2+y^2+2xy); (x-7)(x-2) \right]$$

$$\mathbf{15 B} \quad 2xa^2 - 6x^2a; \quad 3x^2y - 2y - 6x^3 + 4x; \quad 5x^2y - 20y^3; \\ 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2; \quad x^6 - 64y^6; \quad x^2 - 8x + 12.$$

$$\left[2ax(a-3x); (3x^2-2)(y-2x); 5y(x-2y)(x+2y); \right. \\ \left. \left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2; (x-2y)(x+2y)(x^2+4y^2-2xy)(x^2+4y^2+2xy); (x-6)(x-2) \right]$$

Determina M.C.D. e m.c.m. dei seguenti polinomi

$$\mathbf{16 A} \quad 25 + 9b^2 - 30b; \quad 9b^2 - 25; \quad 10x - 10y - 6bx + 6by.$$

$$\left[\text{M.C.D.} = (3b-5); \text{m.c.m.} = 2(3b-5)^2(3b+5)(y-x) \right]$$

$$\mathbf{16 B} \quad 4a^3 - 4; \quad 2a^2 + 2a + 2; \quad a^2x + ax + x.$$

$$\left[\text{M.C.D.} = a^2 + a + 1; \text{m.c.m.} = 4x(a-1)(a^2 + a + 1) \right]$$

Scrivi per quali valori di x le seguenti frazioni sono definite e per quali valori si annullano.

$$\mathbf{17 A} \quad \text{a) } \frac{x+3}{x^2-1}; \quad \text{b) } \frac{-x+1}{5x+3}; \quad \text{c) } -\frac{8x(2-x)}{4-x^2}.$$

$$\left[\text{a) } x \neq \pm 1; x = -3; \text{b) } x \neq -\frac{3}{5}; x = 1; \text{c) } x \neq \pm 2; x = 0 \right]$$

$$\mathbf{17 B} \quad \text{a) } \frac{-x+5}{25-x^2}; \quad \text{b) } \frac{-2x+2}{7x-2}; \quad \text{c) } \frac{-3x(4-x)}{x^2-16}.$$

$$\left[\text{a) } x \neq \pm 5; \text{mai}; \text{b) } x \neq \frac{2}{7}; x = 1; \text{c) } x \neq \pm 4; x = 0 \right]$$

Semplifica le seguenti frazioni algebriche dopo aver determinato le condizioni di esistenza.

$$\mathbf{18 A} \quad \frac{6x^3y^2}{10x^4y^2z}; \quad \frac{1-2b+b^2}{b^3-b^2}. \quad \left[\frac{3}{5xz}; \frac{b-1}{b^2} \right]$$

$$\mathbf{18 B} \quad \frac{10ab^6}{14a^4b^2c^3}; \quad \frac{4-4a+a^2}{a^4-2a^3}. \quad \left[\frac{5b^4}{7a^3c^3}; \frac{a-2}{a^3} \right]$$

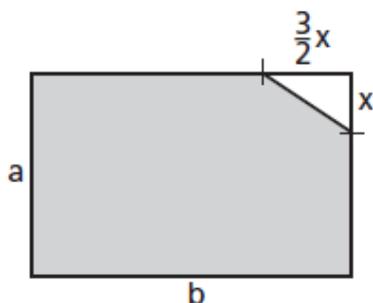
$$19 \text{ A } \frac{a^4 - x^4}{a^3 - 3a^2x + 3ax^2 - x^3}; \quad \frac{(2x-y)^2 - (x+y)^2}{4y^2 + x^2 - 4xy}. \quad \left[\frac{(a+x)(a^2+x^2)}{(a-x)^2}; \frac{3x}{x-2y} \right]$$

$$19 \text{ B } \frac{x^4 - 16}{x^3 + 4x - 2x^2 - 8}; \quad \frac{(a-2b)^2 - (a+b)^2}{b^2 - 4ab + 4a^2}. \quad \left[x+2; \frac{3b}{b-2a} \right]$$

$$20 \text{ A } \frac{2xy}{4x^2 + 2xy} + \frac{4x^2y - 2xy^2}{4x^2y - y^3} - \frac{2x - 10y}{5y - x} \quad [3]$$

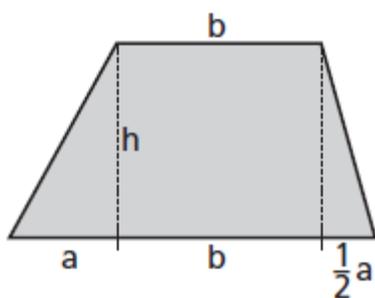
$$20 \text{ B } \frac{x-2y}{x^2-2xy} - \frac{x^2-2xy+4y^2}{4xy^2-x^3} + \frac{x^2-2xy+4y^2}{2x^2y-8y^3} \quad \left[\frac{x}{2y(x-2y)} \right]$$

21 A Esprimi la lunghezza b della base del rettangolo in funzione di a , x e A , dove A è l'area della zona ombreggiata.



$$\left[b = \frac{4A + 3x^2}{4a} \right]$$

21 B Indicata con A l'area del trapezio, esprimi la lunghezza b della base minore in funzione di a , h , e A .



$$\left[b = \frac{4A - 3ah}{4h} \right]$$

Argomento: **EQUAZIONI.**

Stabilisci se l'equazione assegnata è determinata, indeterminata o impossibile.

$$1 \text{ A } \frac{x-8}{12} + \frac{x+4}{4} = 1 + \frac{x+1}{3} \quad [\text{impossibile}]$$

$$1 \text{ B} \quad \frac{x-8}{12} + \frac{x+4}{4} = \frac{x+1}{3} \quad [\text{indeterminata}]$$

$$2 \text{ A} \quad 3 + \frac{x-5}{5} = 2 + \frac{1}{5}x \quad [\text{indeterminata}]$$

$$2 \text{ B} \quad 6 + \frac{2(x-5)}{5} = 5 + \frac{2}{5}x \quad [\text{impossibile}]$$

Risolvi le seguenti equazioni:

$$3 \text{ A} \quad \frac{1}{2} \left(3x - \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{4} \left[6x - \left(1 - \frac{1}{15}x \right) \right] - \frac{1}{6}(x+1) + \frac{2}{30} \quad \left[x = -\frac{5}{3} \right]$$

$$3 \text{ B} \quad \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) - \left[2(x-3)^2 - \frac{1}{4} \right] = x \left(-x + \frac{1}{4} \right) - 18 \quad [x = 0]$$

$$4 \text{ A} \quad \frac{(x+1)(x-1)}{3} - \frac{1}{3}(x-2)^2 + \frac{2x-1}{4} = \frac{2}{3} - \frac{x+1}{4} - \frac{23}{12} \quad \left[x = \frac{1}{5} \right]$$

$$4 \text{ B} \quad (3-2x)^2 - 4 \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) = 2 \left(\frac{x-4}{3} + \frac{2}{4} \right) + \frac{32}{3}x \quad \left[x = \frac{1}{2} \right]$$

$$5 \text{ A} \quad \frac{(x+1)^2}{6} + \frac{(x-3)^2}{4} = \frac{(x+2)^2}{3} - 1 + \frac{(x-1)^2}{12} \quad \left[x = \frac{6}{7} \right]$$

$$5 \text{ B} \quad \frac{1-x}{2} + \frac{(x-1)^2}{3} = \frac{(1-2x)(1-x)}{6} - \frac{1}{6} \quad \left[x = \frac{5}{4} \right]$$

Risolvi mediante la legge dell'annullamento del prodotto.

$$6 \text{ A} \quad x(4x+7)(1-2x) = 0 \quad \left[-\frac{7}{4}; 0; \frac{1}{2} \right]$$

$$6 \text{ B} \quad -x(x+1)(2x-7) = 0 \quad \left[-1; 0; \frac{7}{2} \right]$$

Riduci l'equazione a formula normale, fattorizza e risolvi mediante la legge dell'annullamento del prodotto.

$$7 \text{ A} \quad (3-x)(5+x) = 2x \left[(x+2)^2 + x - 4 \right] \quad \left[-5; -\frac{3}{2}; 1 \right]$$

$$7 \text{ B} \quad (2x+3)(2x+8) - 18 = x \left[(2x+1)^2 - 3x - 4 \right] \quad \left[-2; -\frac{1}{4}; 3 \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni frazionarie (ricorda le C.E.)

$$8 \text{ A} \quad \frac{4x+2}{x+3} - \frac{2x+3}{4x+2} = \frac{6x}{2x+1} + \frac{x+1}{2x+6} \quad \left[x = -\frac{3}{16} \right]$$

$$8 \text{ B} \quad \frac{2x}{3x-4} - \frac{2}{x+5} = \frac{x-1}{x-\frac{4}{3}} - \frac{x+3}{3(x+5)} \quad [x = 3]$$

$$9 \text{ A} \quad \frac{x+3}{2x+5} - \frac{4x}{x+\frac{1}{2}} = \frac{-(8x+1)}{10+4x} + \frac{3-3x}{2x+1} \quad \left[x = -\frac{23}{38} \right]$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{9 B} \quad \frac{x}{4x+2} - \frac{2}{x} + 6 = \frac{15x+4}{4x+2} + \frac{5x-3}{2x} \quad [x=1] \\
 \mathbf{10 A} \quad \frac{11+4x}{2x+5} + \frac{1}{6x^2+19x+10} = \frac{1}{3x+2} + 2 \quad [x=2] \\
 \mathbf{10 B} \quad \frac{4x-7}{2x-5} - 2 = \frac{1}{x-1} + \frac{5}{2x^2-7x+5} \quad [x=3]
 \end{array}$$

Risolvi i seguenti problemi mediante opportune equazioni:

13 A Marco e Paolo giocano alla roulette: Marco ha a disposizione € 15 e Paolo € 25. Alla fine della serata Marco possiede il triplo di quanto possiede Paolo. Quale somma ha perso Paolo? [€ 15]

13 B Luca versa in banca € 2100 in 30 banconote, in parte da € 10 e in parte da € 100. Quante sono le banconote da € 10 e quante da € 100? [10; 20]

14 A Il rettangolo $ABCD$ viene trasformato in quadrato, diminuendo di 25 cm la lunghezza dell'altezza e aggiungendo 12 cm alla lunghezza della base. Calcola il perimetro del rettangolo, sapendo che la lunghezza dell'altezza è doppia di quella della base. [222 cm]

14 B La somma delle lunghezze di due segmenti è 33 cm, calcola la lunghezza di ciascuno di essi sapendo che il primo segmento aumentato di 2 cm risulta uguale a $\frac{1}{4}$ del secondo. [5 cm; 28 cm]

15 A Una corda lunga 58 cm viene divisa in tre parti. Sapendo che la seconda è lunga 2 cm più del doppio della prima, e che la terza è lunga 3 cm più del doppio della seconda, quanto misurano le tre parti? [7 cm; 16 cm; 35 cm]

15 B Dati due tipi di assi di legno, il primo è 20 cm più corto del triplo del secondo. Sapendo che, usando una dopo l'altra due assi del primo tipo e sette del secondo, si riesce a coprire esattamente una lunghezza di 10 m, quanto sono lunghi i due tipi di assi? [220 cm; 80 cm]

16 A Se a un numero si aggiunge il suo triplo e si sottrae la sua terza parte, si ottiene 44. Determina il numero. [12]

16 B Se al doppio di un numero si aggiunge il suo quadruplo e si sottrae la sua metà, si ottiene 33. Determina il numero. [6]

17 A Un trapezio isoscele di area 92 cm^2 ha l'altezza lunga 4 cm . Sapendo che la base minore è lunga il quadruplo del lato obliquo e che la base maggiore supera di 11 cm il triplo dello stesso lato obliquo, determina il perimetro del trapezio. [56 cm]

17 B Un trapezio isoscele di area 72 cm^2 ha l'altezza lunga 4 cm . Sapendo che la base minore è lunga il triplo del lato obliquo e che la base maggiore supera di 1 cm il quadruplo dello stesso lato obliquo, determina il perimetro del trapezio. [46 cm]

18 A La somma di numeratore e denominatore di una frazione è 21 ; sommando 7 a entrambi si ottiene $\frac{15}{20}$. Calcola numeratore e denominatore. [8; 13]

18 B Quale numero si deve sottrarre a ciascun termine della frazione $\frac{17}{32}$ per ottenere una frazione equivalente a $\frac{28}{58}$? [3]

Argomento: **SISTEMI LINEARI.**

Verifica se la coppia scritta di fianco a ciascun sistema è soluzione del sistema oppure no.

$$\mathbf{1 A} \quad \begin{cases} \frac{2x+4}{7} + \frac{y-x}{2} = 4x-16 \\ \frac{2y-3x}{6} + y = \frac{3}{2}x+2 \end{cases} \quad (5; 9);$$

$$\mathbf{1 B} \quad \begin{cases} \frac{3x-y}{2} - \frac{2x+6y}{3} = 1 \\ \frac{x-y}{5} + \frac{2x}{7} = \frac{3y+2}{2} \end{cases} \quad (-1; -2);$$

Riduci in forma normale e risolvi con il metodo di sostituzione:

$$\mathbf{2 A} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1+2y}{12} = \frac{2x-5y}{3} - \frac{7}{4} \\ \frac{1}{5}x + \frac{2}{7}y = -\frac{3}{35} \end{cases} \quad [(1; -1)]$$

$$\mathbf{2 B} \quad \begin{cases} y - \frac{1}{2}(x+y) = \frac{4}{3} - \frac{2x+3y}{6} \\ \frac{3}{2}x - \frac{6}{5}y = -\frac{21}{5} \end{cases} \quad [(-2; 1)]$$

Riduci in forma normale e risolvi con il metodo di riduzione:

$$\mathbf{3 A} \quad \begin{cases} (y-1) + 5(x-1) - (3-x^2) = (x+1)(x-4) + 5x - 6 \\ 3x - y + 11 = 0 \end{cases} \quad [(-2; 5)]$$

$$3 \text{ B } \begin{cases} 3y - x(x+6) + 6 = 2(y-x) - 6(x-1) - (x-2)(x+2) \\ 4y - 3x + 17 = 0 \end{cases} \quad [(3; -2)]$$

Stabilisci se il sistema è determinato, indeterminato o impossibile senza risolverlo. Interpreta graficamente il risultato.

$$7 \text{ A } \begin{cases} 6x - 2y = 3 \\ 12x + 4y = -2 \end{cases} \quad [\text{determinato}]$$

$$7 \text{ B } \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 6x + 4y = -2 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

Determina per quali valori di k il seguente sistema è determinato, senza risolverlo.

$$8 \text{ A } \begin{cases} (k-2)x + 3ky = k \\ 8x + 4y = -1 \end{cases} \quad \left[k \neq -\frac{2}{5} \right]$$

$$8 \text{ B } \begin{cases} (k+3)x - 2ky = -k \\ 14x - 7y = 3 \end{cases} \quad [k \neq 1]$$

Determina le coordinate del punto di intersezione della seguente coppia di rette.

$$9 \text{ A } \quad 2x + y - 5 = 0; \quad y = -x + 3. \quad [(2; 1)]$$

$$9 \text{ B } \quad 3x + y - 6 = 0; \quad y = x + 2. \quad [(1; 3)]$$

Risolvi utilizzando il metodo che ritieni più opportuno.

$$10 \text{ A } \begin{cases} \frac{6x-7}{2} = 3\frac{x-y}{10} + \frac{7}{10} \\ \frac{x-y}{3} - \frac{4}{9} = \frac{x-2y}{4} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{4}{3}; 2 \right) \right]$$

$$10 \text{ B } \begin{cases} \frac{6x-1}{2} = 3\frac{x+y}{10} + 1 \\ \frac{x+y}{3} - \frac{1}{9} = \frac{x+2y}{4} + \frac{1}{4} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{3}; -2 \right) \right]$$

$$11 \text{ A } \begin{cases} \frac{x-y+1}{3} = \frac{3}{4} - \frac{x+y}{2} \\ \frac{1}{14} - \frac{x-(4y+1)}{8} = \frac{x+3y}{7} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$11 \text{ B } \begin{cases} \frac{x+1}{6} = \frac{1+x-2y}{15} + \frac{y+2}{20} \\ \frac{x+2y}{4} - \frac{9}{14} = \frac{x+y}{7} + \frac{3}{4} \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{13}{3}; \frac{26}{5} \right) \right]$$

Risolvi i seguenti problemi risolvendo opportuni sistemi di equazioni:

17 A Aggiungendo alla semisomma di due numeri $\frac{3}{4}$ della differenza tra il maggiore e il minore si ottiene 17. Il rapporto tra il maggiore e il triplo del minore vale $\frac{5}{7}$. Determina i due numeri.

[15; 7]

17 B In una frazione, la somma del numeratore e del denominatore è 12. Aggiungendo 1 al numeratore e togliendo 1 al denominatore si ottiene la frazione unità. Determina la frazione di partenza.

$\left[\frac{5}{7} \right]$

18 A Calcola l'area di un rombo sapendo che la somma di $\frac{1}{6}$ della diagonale maggiore con $\frac{1}{3}$ della minore è di 14 cm e che la differenza fra il doppio della minore e la maggiore è di 12 cm.

$[432 \text{ cm}^2]$

18 B Calcola l'area di un rombo sapendo che la somma di $\frac{1}{3}$ della diagonale maggiore con $\frac{1}{4}$ della minore è di 13 cm e che la differenza fra il triplo della minore e la maggiore è di 6 cm.

$[180 \text{ cm}^2]$

19 A Dal fruttivendolo ho acquistato, per un totale di € 6,45, tre diversi tipi di arance dal costo al kilogrammo rispettivamente di € 1,30, € 2 e € 2,10.

La quantità acquistata del secondo tipo è $\frac{2}{3}$ della quantità acquistata del terzo tipo, mentre la somma delle quantità del secondo e del terzo tipo è $\frac{5}{2}$ della quantità del primo tipo. Determina quanti kilogrammi di arance ho acquistato di ciascun tipo.

[1 kg; 1 kg; 1,5 kg]

19 B Ci sono tre caraffe, due piene e una vuota. Per riempire quest'ultima si deve versare il contenuto della prima più $\frac{5}{12}$ di quello della seconda, oppure il contenuto della seconda più $\frac{3}{10}$ di quello della prima.

Calcola la capacità delle 3 caraffe, sapendo che tutte e tre insieme contengono 3700 cm^3 .

$[1000 \text{ cm}^3; 1200 \text{ cm}^3; 1500 \text{ cm}^3]$

Argomento: **GEOMETRIA**

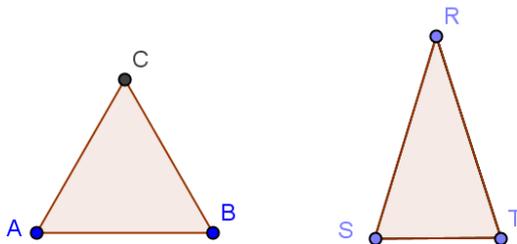
Tutti gli allievi devono ripassare la teoria sul libro di testo. In particolare la congruenza dei triangoli, parallelismo e perpendicolarità tra rette e teoremi conseguenti, proprietà dei trapezi, parallelogrammi, rettangoli, rombi e quadrati, piccolo teorema di Talete e conseguenze.

ESERCIZI

- La somma degli angoli interni di un poligono è 108° . Calcola il numero dei lati.
- Vero o falso

	V	F
Un triangolo con due angoli disuguali non può essere isoscele.		
Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e un angolo acuto rispettivamente congruenti allora sono congruenti.		
Se in un triangolo ABC si ha $AB \cong BC \wedge \widehat{A} \cong \widehat{B}$, allora il triangolo è equilatero.		
Una mediana divide un triangolo qualsiasi in due triangoli congruenti.		
Due triangoli che hanno i tre angoli rispettivamente congruenti sono congruenti.		

- E' possibile costruire un triangolo con tre segmenti lunghi 6 cm, 8cm e 15 cm? Motiva la risposta.
- I due triangoli in figura hanno lo stesso perimetro. Il triangolo ABC è equilatero di lato 20 cm, RST è isoscele e il lato obliquo è il doppio della base. Calcola la misure dei lati del triangolo RST.



- Indica la risposta corretta

- a) Se $r \perp s \wedge s \perp t$, allora $r // t$ $r \perp t$
- b) Se $r // s \wedge s // t$, allora $r // t$ $r \perp t$
- c) Se $r // s \wedge s \perp t$, allora $r // t$ $r \perp t$

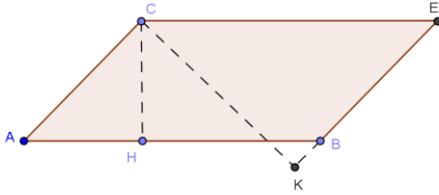
- Due rette parallele tagliate da una trasversale formano angoli coniugati esterni che sono uno la quarta parte dell'altro. Trova le rispettive ampiezze.

- Vero o falso

	V	F
Un quadrilatero equilatero è un quadrato		
Un quadrilatero con le diagonali congruenti è un quadrato o un rettangolo		
Un parallelogramma è un trapezio		

Un quadrilatero può avere 4 angoli acuti		
In un trapezio isoscele due angoli opposti sono supplementari		

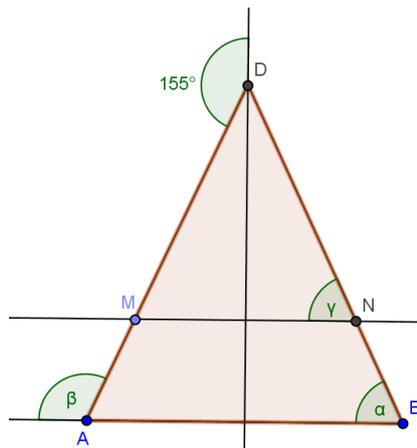
8. Considera la figura seguente:



Abbiamo: $CH=18\text{cm}$; $CK=36\text{cm}$, l'area del parallelogramma è $A = 900 \text{ cm}^2$. Calcola il perimetro del parallelogramma.

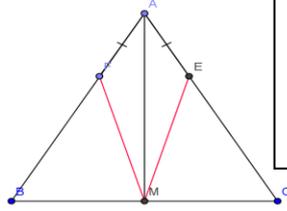
9. In un trapezio rettangolo l'angolo ottuso è il quintuplo dell'angolo acuto. Determina le ampiezze degli angoli del trapezio.

10. Considera la seguente figura:



L'angolo esterno al vertice C del triangolo isoscele ABD è 155° e NM è parallelo ad AB. Calcola le ampiezze degli angoli α , β e γ evidenziati nella figura

11. Prendi sui lati AB e AC nel triangolo ABC, isoscele sulla base BC, due segmenti congruenti AE e AF e congiungi il punto medio M di BC con E e F.



Ipotesi :
 $AB \cong AC; AE \cong AF; BM \cong MC$
Tesi
 $\hat{A}ME \cong \hat{A}MF; EMF \text{ è isoscele}$

isoscele.