

# Compiti di matematica per le vacanze estive della 1<sup>a</sup>G

prof. Federico Miceli

estate 2022

Ripassa i seguenti argomenti, trattati nel corso dell'anno scolastico:

- Espressioni con monomi e polinomi ([unità 5 e 6](#));
- Grafici di funzioni ([unità 7](#));
- Equazioni di primo grado ([unità 8](#));
- Sistemi di equazioni di primo grado ([pdf sulla classroom](#));
- scomposizione di polinomi e risoluzione di equazioni polinomiali ([unità 11](#));
- Frazioni algebriche ([unità 12](#));
- Criteri di congruenza per i triangoli ([unità 18 e 19](#));
- Criteri di parallelismo ([unità 19](#));
- Proprietà di trapezi, parallelogrammi, rettangoli, rombi e quadrati ([unità 20](#));
- Piccolo teorema di Talete e suoi corollari ([unità 20](#)).

Gli esercizi proposti nel seguito sono suddivisi in 10 settimane. La suddivisione è **indicativa**, e non deve quindi essere rispettata rigorosamente.

**Nota:** Gli esercizi assegnati durante le vacanze estive servono per tenerti allenato/a nel corso della lunga pausa estiva. **Non** svolgere tutti gli esercizi in una finestra di tempo ristretta (di poche settimane, o addirittura pochi giorni), poiché ciò ne ridurrebbe notevolmente l'utilità! Idealmente, cerca di svolgerli nell'arco di 10 settimane, secondo la suddivisione suggerita.

Considera che tali esercizi hanno una doppia funzione:

- fare pratica sugli argomenti studiati;
- individuare eventuali lacune, su cui focalizzare i propri sforzi (ripassando la relativa teoria e svolgendo esercizi extra).

**Nota:** per ogni esercizio è indicato anche numero e pagina dell'esercizio sul libro di testo. Gli esercizi sui sistemi sono tratti dal libro di testo di seconda (per le soluzioni puoi guardare il pdf condiviso sulla classroom il 20 febbraio).

**Non guardare il risultato dell'esercizio prima di averlo concluso.**

**Attenzione!** Scrivi ogni esercizio (soprattutto quelli di geometria) in modo corretto e "pulito". Svolgi la bella degli esercizi su un **quaderno**, in cui potrai anche produrre eventuali schemi riassuntivi relativi alle parti di teoria ripassata. Il quaderno degli esercizi deve essere chiaramente **leggibile** (potrà essere ritirato dal docente a settembre).

**Nota:** se sei bloccato su un esercizio, puoi scrivere sulla classroom, chiedendo un piccolo suggerimento ai tuoi compagni (o al docente).

Ricordati di fare un **disegno grande** per tutti gli esercizi di geometria.

## Esercizi di esempio

**Nota:** Gli esercizi in questa pagina **non** sono assegnati come compito. Sulla classroom puoi trovare le soluzioni di questi esercizi. Gli esercizi assegnati devono essere svolti (e scritti nel quaderno) in modo analogo agli esempi qui proposti.

**Esercizio 0.1** (es. 574 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$x(2x-1)(3-x) + 2(x-1)(x^2+x+1) + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

**Esercizio 0.2** (es. 467 pag. 570). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\left[ \frac{a}{a^2-3a+2} + \frac{9+2a^{-1}}{3a-8a^{-1}-2} + \frac{7}{3a^2+a-4} \right] : \frac{8a+16}{a^2-4}$$

**Esercizio 0.3** (es. 51 pag. 352). *Traccia i grafici delle seguenti funzioni:*

$$y = \frac{3}{4}x - 2 \quad y = 9 - x^2$$

**Esercizio 0.4** (es. 142 pag. 395). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\left[ \frac{(2x-1)(2x+1) - (2x-3)^2}{2} \right]^2 = (18x-1)(2x+1)$$

**Esercizio 0.5** (es. 485 pag. 527). *Risolvi la seguente equazione polinomiale, e fai la **verifica** per tutte le soluzioni trovate:*

$$2x^2 + x - 3 = 0$$

**Esercizio 0.6** (es. 111 pag. 108, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} (x+3)^2 = x^2 - y + 4 \\ 6x - y = 3 \end{cases}$$

**Esercizio 0.7** (es. 344 pag. 406). *Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvillo:*

Una persona ha impiegato per un anno il suo capitale in due diversi investimenti: 10 000 euro sono stati impiegati in un investimento che gli ha fruttato un interesse del 6%, mentre la parte restante del capitale è stata impiegata in un investimento che gli ha fruttato un interesse pari all'8%. L'intero capitale ha fruttato un interesse di 4000 euro. Qual era il capitale?

**Esercizio 0.8** (es. 58 pag. 853). *Un rettangolo  $ABCD$  è tale che la lunghezza del lato  $AB$  supera di 5 cm quella del lato  $BC$ . Un rombo ha il lato che supera di 3 cm la metà della lunghezza di  $AB$ . Inoltre il perimetro del rombo supera di 6 cm il perimetro del rettangolo. Determina la lunghezza di  $BC$ .*

**Esercizio 0.9** (es. 127 pag. 820). *Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti l'altezza relativa all'ipotenusa e la bisettrice dell'angolo retto.*

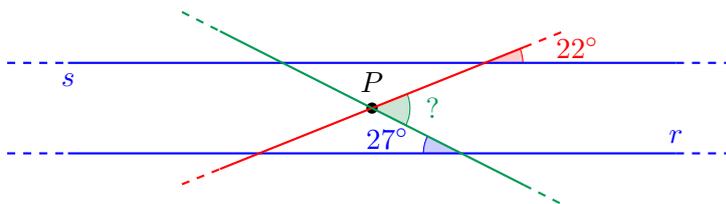
# 1 Settimana n°1

**Esercizio 1.1** (es. 445 pag. 569). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\frac{m^2 - 1}{m^2 - 6m + 5} : \left( \frac{m - 3}{1 - m} + \frac{m - 2}{m + 1} \right)^{-1}$$

**Esercizio 1.2** (es. 31 pag. 810). *Determina l'ampiezza dell'angolo indicato con il punto interrogativo, sapendo che  $r \parallel s$ .*

*(Suggerimento: traccia dal punto  $P$  una retta opportuna)*



**Esercizio 1.3** (es. 98 pag. 393). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$(2x + 1)^2 - 3(2x - 1)(2x + 1) = -2(2x + 1)(2x - 3)$$

**Esercizio 1.4** (es. 85 pag. 774). *Disegna due triangoli isosceli  $ABC$  e  $ABC'$ , aventi entrambi come base  $AB$  e appartenenti a semipiani opposti aventi come origine la retta  $AB$ . Dimostra che  $CC'$  è la bisettrice degli angoli  $\widehat{ACB}$  e  $\widehat{AC'B}$ .*

**Esercizio 1.5** (es. 490 pag. 527). *Risolvi la seguente equazione polinomiale, e fai la **verifica** per tutte le soluzioni trovate:*

$$(x^2 - 3x)(2x + 1) = 0$$

**Esercizio 1.6** (es. 453 pag. 309). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(a^2 - a - 1)^2 - (a + 1)^2(a - 1)^2 - a^2(1 - 2a)$$

**Esercizio 1.7** (es. 56 pag. 105, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, utilizzando il metodo di **sostituzione**, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} -2(2y - x) = 3(x - y - 1) \\ (x - \frac{1}{2})^2 - 2y = 1 - (2 - x)(2 + x) \end{cases}$$

**Esercizio 1.8** (es. 13 pag. 847). *Dimostra che il segmento che congiunge i punti medi delle basi di un trapezio isoscele è perpendicolare alle basi.*

*(Suggerimento: congiungi gli estremi della base minore con il punto medio della base maggiore e considera il triangolo ottenuto)*

## 2 Settimana n°2

**Esercizio 2.1** (es. 470 pag. 570). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\left[ \left( \frac{1}{y^3 - y^2 - y + 1} + \frac{1}{y^3 + y^2 - y - 1} + \frac{1}{y^4 - 2y^2 + 1} \right) : \frac{2y^2 + y}{y^2 - 1} \right]^{-1}$$

**Esercizio 2.2** (es. 324 pag. 404). *Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:*

Si vuole formare la somma di 7 euro e 30 centesimi utilizzando 20 monete, alcune da 20 centesimi e altre da 50 centesimi. Quante monete da 20 centesimi e quante da 50 centesimi occorrono?

**Esercizio 2.3** (es. 130 pag. 394). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$x - \left[ \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}(x - 9) - \frac{3 - x}{6} \right] = -\frac{1}{2}(2x - 3) - \frac{1}{3}(2 - x)$$

**Esercizio 2.4** (es. 164 pag. 783). *In un triangolo isoscele  $ABC$ , di base  $AB$ , sia  $CK$  la bisettrice di  $\hat{C}$ . Considera sui lati obliqui  $AC$  e  $BC$ , rispettivamente, due punti  $P$  e  $Q$  tali che  $AP \cong BQ$ . Dimostra che il triangolo  $PKQ$  è isoscele.*

**Esercizio 2.5** (es. 565 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(m - 1)^2(m + 1)^2 - (m^2 - m - 1)(m^2 + m - 1)$$

**Esercizio 2.6** (es. 38 pag. 352). *Traccia i grafici delle seguenti funzioni:*

$$y = -\frac{3}{2}x \quad y = 3x$$

**Esercizio 2.7** (es. 75 pag. 106, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo del **confronto**, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} y = -1 + 2x \\ 3x - y = -1 \end{cases}$$

**Esercizio 2.8** (es. 77 pag. 854). *Esternamente a un rettangolo  $ABCD$ , costruisci i triangoli equilateri  $ABE$ ,  $BCF$ ,  $CDG$ ,  $DAH$ . Dimostra che il quadrilatero  $EFGH$  è un rombo.*

### 3 Settimana n°3

**Esercizio 3.1** (es. 572 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$[(x^3 - y^3)^2 - (x^2 - y^2)^3 - 2y^3(y - x)(x^2 + xy + y^2) - 3(x^2y)^2] : (3x^2y^2)$$

**Esercizio 3.2** (es. 25 pag. 849). *Dato un parallelogramma  $ABCD$ , l'angolo  $\widehat{C}$  supera di  $6^\circ$  il doppio di  $\widehat{B}$ . Determina l'ampiezza di ciascuno dei quattro angoli del parallelogramma.*

**Esercizio 3.3** (es. 165 pag. 396). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

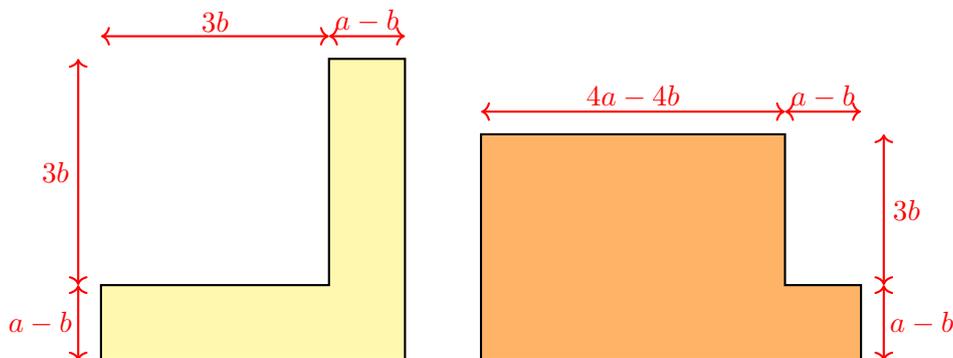
$$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} - \frac{x-1}{10} - \frac{x+1}{20} = \frac{1}{20} - \frac{x}{10}$$

**Esercizio 3.4** (es. 67 pag. 773). *Dato un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , prolunga  $AB$ , dalla parte di  $A$ , di un segmento  $AP$  e, dalla parte di  $B$ , di un segmento  $BQ$ , tale che  $AP \cong BQ$ . Prolunga poi  $AC$ , dalla parte di  $A$ , di un segmento  $AR$ , e  $BC$ , dalla parte di  $B$ , di un segmento  $BS$ , in modo che  $AR \cong BS$ . Dimostra che il triangolo  $PRC$  è congruente al triangolo  $QSC$ .*

**Esercizio 3.5** (es. 499 pag. 527). *Risolvi la seguente equazione polinomiale, e fai la **verifica** per tutte le soluzioni trovate:*

$$5 - 5x^2 + (x - 1)^2 = 0$$

**Esercizio 3.6** (es. 484 pag. 571). *Sia  $a > b > 0$ . Determina il rapporto tra l'area della figura colorata in giallo e l'area della figura colorata in arancione.*



**Esercizio 3.7** (es. 107 pag. 108, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo di **riduzione** (addizione-sottrazione) e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

**Esercizio 3.8** (es. 59 pag. 813). *Sia  $ABC$  un triangolo. Traccia la bisettrice di  $\widehat{B}$  e indica con  $D$  il punto in cui interseca il lato  $AC$ . Considera quindi un punto  $P$  sul segmento  $DC$  e traccia da  $P$  la retta parallela a  $BD$ , indicando con  $Q$  il punto in cui interseca la retta  $BC$  e con  $R$  il punto in cui interseca la retta  $AB$ . Dimostra che il triangolo  $BRQ$  è isoscele.*

## 4 Settimana n°4

**Esercizio 4.1** (es. 471 pag. 570). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\left[ \frac{x^3 + x^2 + xy^2 + y^2}{x^3 + x^2 + x + 1} : \frac{2x^2 + 2xy - xy^2 - y^3}{x^3 + x + x^2y + y} - \frac{y^2(x^2 + y^2)}{4x^2 - y^4} \right] \cdot \frac{2x + y^2}{2x^3 + 2xy^2}$$

**Esercizio 4.2** (es. 345 pag. 406). *Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:*

Il fatturato di un'azienda è aumentato nel 2007 del 10% rispetto all'anno precedente. Nel 2008 invece è aumentato del 5% rispetto al 2007. In questi due anni l'aumento è stato complessivamente di 62 000 euro. Qual era il fatturato nel 2006?

**Esercizio 4.3** (es. 124 pag. 394). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\frac{1}{2}(x - 1) - \frac{1}{3}(3x - 6) = \frac{1}{4}(2x - 8)$$

**Esercizio 4.4** (es. 51 pag. 852). *Dato un parallelogramma  $ABCD$ , traccia per il punto medio  $P$  di  $AD$  la perpendicolare ad  $AD$  e indica con  $Q$  il suo punto di intersezione con la retta  $AB$ . Analogamente, traccia per il punto medio  $R$  di  $BC$  la perpendicolare a  $BC$  e indica con  $S$  il suo punto di intersezione con la retta  $CD$ . Dimostra che il quadrilatero  $PQRS$  è un parallelogramma.*

**Esercizio 4.5** (es. 448 pag. 309). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(x^3 + x^2 + x)^2 - (x^2 + x^3)^2 - (x^2 + x)^2$$

**Esercizio 4.6** (es. 80 pag. 357). *Traccia i grafici delle seguenti funzioni:*

$$y = \frac{5}{2}x \quad y = \frac{10}{x} \quad y = -\frac{2}{3}x \quad y = \frac{12}{x}$$

**Esercizio 4.7** (es. 125 pag. 108, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo di **riduzione** (addizione-sottrazione) e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} 3(x - 4) = -y \\ 3(y - 4) = -x \end{cases}$$

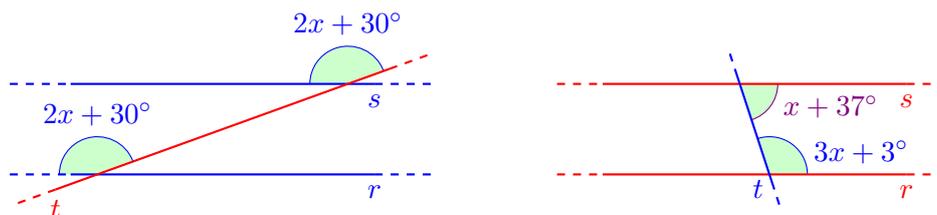
**Esercizio 4.8** (es. 122 pag. 819). *Dato un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , dimostra che gli assi di  $AC$  e  $BC$  si incontrano in un punto  $P$  che appartiene alla bisettrice di  $\widehat{ACB}$ .*

## 5 Settimana n°5

**Esercizio 5.1** (es. 441 pag. 309). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$\left(\frac{a^3}{8} + 8b^3\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - 2b\right)^3 \left(\frac{a}{2} + 2b\right)^3 - 3a^2b^2 \left(\frac{2}{3}ab + 4b^2 - \frac{1}{4}a^2\right)$$

**Esercizio 5.2** (es. 32 pag. 810). *In ciascuna delle due figure seguenti, dove  $r \parallel s$ , determina il valore di  $x$ :*



**Esercizio 5.3** (es. 134 pag. 395). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\frac{(x-10)^2}{10} - \frac{(x+10)^2}{100} = \frac{(3x-10)^2}{10^2}$$

**Esercizio 5.4** (es. 40 pag. 811). *Sui lati  $AC$  e  $BC$  di un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , considera rispettivamente due punti  $P$  e  $Q$ , tali che  $C\hat{P}Q \cong A\hat{B}C$ . Dimostra quindi che la retta  $PQ$  è parallela alla retta  $AB$ .*

**Esercizio 5.5** (es. 503 pag. 527). *Risolvi la seguente equazione polinomiale, e fai la **verifica** per tutte le soluzioni trovate:*

$$4x^3 + 16x^2 - x - 4 = 0$$

**Esercizio 5.6** (es. 482 pag. 571). *Due parallelogrammi  $ABCD$  e  $A'B'C'D'$  hanno entrambi area uguale a  $10\text{ cm}^2$ . La base  $AB$  del parallelogramma  $ABCD$  misura (in centimetri)  $x$  e la base  $A'B'$  di  $A'B'C'D'$  misura 2 cm in più di  $AB$ . Esprimi, in funzione di  $x$ , la somma delle misure delle altezze dei due parallelogrammi relative ad  $AB$  e  $A'B'$ , verificando che è uguale a  $\frac{20(x+1)}{x^2+2x}$ .*

**Esercizio 5.7** (es. 157 pag. 110, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, usando il metodo di **Cramer**, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} x = y - 3 \\ y - 2x = -3 \end{cases}$$

**Esercizio 5.8** (es. 178 pag. 784). *In un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $BC$ , siano  $P$  e  $Q$  due punti, tali che  $P \in AB$ ,  $Q \in AC$  e  $AP \cong AQ$ . Indica con  $R$  il punto di intersezione di  $BQ$  e di  $CP$  e con  $M$  il punto medio di  $BC$ . Dimostra che:*

- a.  $AR$  è bisettrice dell'angolo  $\hat{A}$ ;
- b. i punti  $A$ ,  $R$  e  $M$  sono allineati.

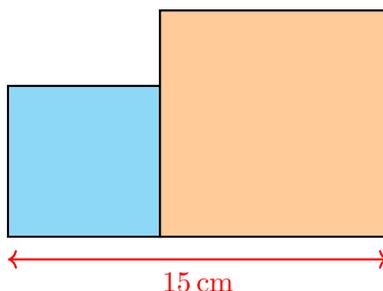
## 6 Settimana n°6

**Esercizio 6.1** (es. 462 pag. 570). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\left( \frac{1}{x^3 - 1} - \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} \right) : \frac{x}{x^3 - 1} + \frac{x + 2}{(x - 1)^2}$$

**Esercizio 6.2** (es. 369 pag. 408). *Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvilo:*

Nella figura, l'area del quadrato arancione supera di  $45 \text{ cm}^2$  l'area del quadrato azzurro. Quali sono le lunghezze dei lati dei due quadrati?



**Esercizio 6.3** (es. 167 pag. 396). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\frac{1}{2} \left\{ 2 - \frac{1}{2} \left[ x - \frac{1}{2}(x - 2) \right] \right\} = \frac{4 - x}{8} - 1$$

**Esercizio 6.4** (es. 141 pag. 860). *In un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , sia  $CH$  l'altezza relativa ad  $AB$ . Chiama  $M$  e  $N$ , rispettivamente, i punti medi di  $AC$  e  $BC$ ; poi dimostra che i segmenti  $BM$  e  $HN$  si incontrano nel loro punto medio.*

**Esercizio 6.5** (es. 592 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$\left( \frac{1}{2}x - y \right)^2 - \left( \frac{1}{2}x + y \right)^2 - \left( -\frac{1}{2}x + y \right) \left( -\frac{1}{2}x - y \right) + \left( \frac{1}{2}x + 2y \right)^2$$

**Esercizio 6.6** (es. 49 pag. 352). *Traccia i grafici delle seguenti funzioni:*

$$y = x^3 \quad y = -\frac{1}{2}x^3$$

**Esercizio 6.7** (es. 323 pag. 119, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} 2x - 4y - z = 1 \\ x - 2y + z = -1 \\ 2x - 2y + z = 7 \end{cases}$$

**Esercizio 6.8** (es. 137 pag. 821). *In un triangolo rettangolo  $ABC$ , sia  $AH$  l'altezza relativa all'ipotenusa  $BC$ . Detto  $M$  il punto medio di  $AB$  ed  $N$  il punto medio di  $AC$ , dimostra che l'angolo  $\widehat{MHN}$  è un angolo retto.*

## 7 Settimana n°7

**Esercizio 7.1** (es. 585 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(2 - m)^3 + 2m(3 - m)^2 - m^2(m + 2) + 2m(4m - 3)$$

**Esercizio 7.2** (es. 127 pag. 858). In un parallelogramma  $ABCD$ , la lunghezza della diagonale  $BD$  supera di 4 cm un terzo della lunghezza di  $AC$ . È noto inoltre che il quadrilatero che ha come vertici i punti medi dei lati del parallelogramma ha perimetro uguale a 24 cm. Determina le lunghezze delle diagonali del parallelogramma.

**Esercizio 7.3** (es. 105 pag. 394). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$(2x - 1)^3 - (2x + 3)^3 = -48x^2$$

**Esercizio 7.4** (es. 27 pag. 769). Sia  $ABC$  un triangolo, in cui  $AC < AB$ . Sulla bisettrice dell'angolo  $\widehat{BAC}$  considera il punto  $D$  tale che  $AD \cong AC$  e il punto  $E$  tale che  $AE \cong AB$ . Dimostra che  $CE \cong BD$ .

**Esercizio 7.5** (es. 477 pag. 527). *Risolvi la seguente equazione polinomiale, e fai la **verifica** per tutte le soluzioni trovate:*

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

**Esercizio 7.6** (es. 486 pag. 571). Barbara, Monica e Franca, lavorando da sole, sono in grado di completare la potatura della siepe di casa rispettivamente in  $x$  ore,  $2x$  ore,  $3x$  ore. Se tutte e tre lavorassero assieme (senza ostacolarsi, naturalmente), quale frazione del lavoro svolgerebbero in 20 minuti?

**Esercizio 7.7** (es. 63 pag. 105, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} y + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \\ 2x = 4y + 2 \end{cases}$$

**Esercizio 7.8** (es. 63 pag. 813). È dato un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ . Traccia, per un punto  $P$  di  $AC$ , la retta perpendicolare ad  $AB$  e indica con  $Q$  il punto in cui tale perpendicolare incontra il prolungamento di  $CB$ . Dimostra che il triangolo  $PQC$  è isoscele.

(Suggerimento: traccia da  $C$  la perpendicolare ad  $AB$ )

## 8 Settimana n°8

**Esercizio 8.1** (es. 456 pag. 570). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\left( \frac{a}{a^2 - b^2} + \frac{1}{2a + 2b} - \frac{1}{a - b} \right) : \frac{a^2 - 3ab}{2a - 2b}$$

**Esercizio 8.2** (es. 288 pag. 402). *Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:*

Sommando a un numero naturale l'opposto della metà del suo consecutivo e dividendo la somma per 2, si ottiene come risultato 17. Qual è il numero originario?

**Esercizio 8.3** (es. 143 pag. 395). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\left[ \frac{1}{4}(4-x)(4+x) + \frac{1}{4}(x-4)^2 - 1 \right]^2 = (2x-3)^2$$

**Esercizio 8.4** (es. 149 pag. 861). *Sia  $ABCD$  un parallelogramma di centro  $O$ . Traccia:*

- la retta  $r$  passante per  $O$  e parallela ai lati  $BC$  e  $AD$ ;
- una retta  $s$ , avente in comune con il parallelogramma soltanto il punto  $A$ .

Indica con  $E$  il punto di intersezione di  $s$  con  $r$  e con  $F$  il punto di intersezione di  $s$  con la retta  $BC$ . Dimostra che  $FC \cong 2EO$ .

**Esercizio 8.5** (es. 578 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(2a + b - 3c)(2a - b - 3c) - (2a + 3c)^2 + (-6a)(-4c)$$

**Esercizio 8.6** (es. 40 pag. 352). *Traccia i grafici delle seguenti funzioni:*

$$y = \frac{3}{2}x - 1 \quad y = -2x + 1$$

**Esercizio 8.7** (es. 88 pag. 106, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} x = 1 - (y - 1)^2 \\ x = 2 - (1 - y)^2 \end{cases}$$

**Esercizio 8.8** (es. 105 pag. 818). *Dimostra che se in un triangolo  $ABC$  la mediana relativa a  $BC$  è la metà di  $BC$ , allora il triangolo è rettangolo e ha come ipotenusa  $BC$ .*

## 9 Settimana n°9

**Esercizio 9.1** (es. 453 pag. 569). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\left( \frac{2}{a+1} - \frac{2}{a+2} + \frac{2a}{a^2+3a+2} \right)^2 : \frac{8}{(a+2)^3}$$

**Esercizio 9.2** (es. 76 pag. 814). In un triangolo  $ABC$ , risulta  $\widehat{A} = 30^\circ$ ,  $\widehat{B} = 65^\circ$ . La bisettrice dell'angolo  $\widehat{A}$  incontra il lato  $BC$  in  $P$  e la bisettrice dell'angolo  $\widehat{APB}$  incontra  $AB$  in  $Q$ . Determina l'ampiezza dei due angoli  $\widehat{AQP}$  e  $\widehat{BQP}$ .

**Esercizio 9.3** (es. 138 pag. 395). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{3}{2}x - 1 \right)^2 - \left( \frac{3}{2}x + 1 \right)^2 \right] + \frac{(x-2)^2}{2} = \frac{1}{2}x^2 - 8$$

**Esercizio 9.4** (es. 169 pag. 784). Due triangoli  $ABC$  e  $A'B'C'$  hanno i lati ordinatamente congruenti. Dimostra che le bisettrici degli angoli  $\widehat{ABC}$  e  $\widehat{A'B'C'}$  sono congruenti.

**Esercizio 9.5** (es. 506 pag. 527). *Risolvi la seguente equazione polinomiale, e fai la **verifica** per tutte le soluzioni trovate:*

$$x^2(x+5) + 6x(x+5) - 7(x+5) = 0$$

**Esercizio 9.6** (es. 577 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(a+b-2c)^2 - (2a-b+c)^2 - 3(c-a)(c+a) + 2c(4a+b)$$

**Esercizio 9.7** (es. 325 pag. 120, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} x+z=y-1 \\ z-y=x-1 \\ x-y=2-z \end{cases}$$

**Esercizio 9.8** (es. 136 pag. 860). In un parallelogramma  $ABCD$ , il lato  $AB$  è il doppio del lato  $BC$ . Prolunga  $BC$ , dalla parte di  $C$ , di un segmento  $CE \cong BC$ . Dimostra che  $AE$  è la bisettrice di  $\widehat{BAD}$  e che, comunque scelto un punto  $P$  su  $AB$ , il segmento  $PE$  resta dimezzato dal suo punto di intersezione con  $CD$ .

## 10 Settimana n°10

**Esercizio 10.1** (es. 466 pag. 570). *Semplifica la seguente espressione, ricordando di specificarne le condizioni d'esistenza (C.E.):*

$$\frac{2a^2 - 7a + 2ab - 7b}{a^2 - b^2} : \left[ \left( \frac{1}{a-4} - \frac{1}{3-a} \right) : \left( \frac{1}{a-4} - \frac{1}{a-3} \right) \right]$$

**Esercizio 10.2** (es. 395 pag. 410). *Costruisci un modello algebrico (tramite un'equazione o un sistema di equazioni) del seguente problema, e risolvi:*

In un pentagono  $ABCDE$  gli angoli interni soddisfano le seguenti proprietà:  $\hat{A} \cong \frac{1}{2}\hat{B}$ , l'angolo  $\hat{C}$  è  $30^\circ$  in più dell'angolo  $\hat{B}$  e  $30^\circ$  in meno dell'angolo  $\hat{D}$ , l'angolo  $\hat{E}$  è  $40^\circ$  in meno della metà di  $\hat{D}$ . Determina le ampiezze degli angoli interni del pentagono.

**Esercizio 10.3** (es. 92 pag. 393). *Risolvi la seguente equazione, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$2(2x-1)(x+2) - (2x-1)^2 = x+2$$

**Esercizio 10.4** (es. 49 pag. 812). *Dato un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $BC$ , conduci una semiretta di origine  $A$  parallela a  $BC$  e dimostra che è la bisettrice dell'angolo esterno di vertice  $A$  del triangolo  $ABC$  che la contiene.*

**Esercizio 10.5** (es. 600 pag. 318). *Determina il valore della seguente espressione:*

$$(a+b)^4 - (a-2b)^4 - 3b^3(12a-5b)$$

**Esercizio 10.6** (es. 44 pag. 352). *Traccia i grafici delle seguenti funzioni:*

$$y = 2x^2 - 3 \quad y = x^2 - 1$$

**Esercizio 10.7** (es. 161 pag. 110, vol.2). *Risolvi il seguente sistema di equazioni, e fai la **verifica** per la soluzione trovata (se ne trovi una):*

$$\begin{cases} (-y+1)(-y-1) = (y-1)^2 + 2x \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 10.8** (es. 33 pag. 850). *Dato un parallelogramma  $ABCD$ , prolunga:*

- il lato  $AD$ , dalla parte di  $D$ , di un segmento  $DE$ ;
- il lato  $BC$ , dalla parte di  $B$ , di un segmento  $BF$ , tale che  $BF \cong DE$ .

Indica con  $O$  il punto di intersezione delle diagonali di  $ABCD$  e dimostra che i due triangoli  $DOE$  e  $BOF$  sono congruenti.